

Bewegungsvorgänge beim linearen Pincheffekt und Runaway-Elektronen

Von E. FÜNFER, G. LEHNER und H. TUCZEK

Aus dem Laboratorium für Technische Physik der Technischen Hochschule München
(Z. Naturforsch. 15 a, 566—574 [1960]; eingegangen am 22. April 1960)

The time dependence of plasma radius and current is calculated on the assumption of homogeneous plasma in the case of the linear stabilised pinch effect. The comparison with the experiment shows a good conformity in regard to the contraction times. Especially it is found by theory and by experiments that the contraction times are independent of the stabilising magnetic field. Measurements of the longitudinal magnetic flux give the temporal and spatial dependence of the induced azimuthal electric field in good agreement with the theory. A deviation at the beginning of the compression is attributed to the paramagnetic effect. A comparison with the theory of DREICER shows that the measured field strengths are sufficient for the production of runaway-electrons. This gives an explanation for the hard X-rays which are found in the experiments.

An Hand einer vereinfachten Modellvorstellung wird der zeitliche Verlauf von Plasmaradius und Strom beim stabilisierten linearen Pinch-Effekt berechnet und mit den Experimenten verglichen. Die Ergebnisse liefern Aussagen über die induzierten azimutalen elektrischen Feldstärken, die zur Erklärung der beobachteten RÖNTGEN-Strahlen herangezogen werden.

1. Dynamik der Pinch-Kontraktion

Im folgenden soll der Verlauf der Kompression des Plasmas zusammen mit dem Verhalten des aus Kondensatorbatterie und Entladungsgefäß bestehenden Stromkreises untersucht werden. Diese beiden Probleme sind miteinander verkoppelt, weil einerseits die Kompression des Plasmas unter dem Druck der jeweils vorhandenen Magnetfelder erfolgt und weil andererseits diese Kompression die Induktivität des Stromkreises verändert, d. h. also den Stromverlauf beeinflusst. Es sollen alle OHMSchen Widerstände vernachlässigt werden. Insbesondere wird auch das Plasma selbst als unendlich leitfähig betrachtet. Dann fließt der Entladungsstrom nur in der Oberfläche des komprimierenden Plasmas. Im Inneren soll dieses als homogen betrachtet werden. Damit sind die mit Stoßwellen verknüpften Effekte, wie sie an sich beim schnellen Pinch-Effekt auftreten, vernachlässigt. Eine Rolle spielt auch das Verhalten des vor der Entladung mit Hilfe einer Spule erzeugten und zunächst homogenen magnetischen Stabilisierungsfeldes. Infolge der vorausgesetzten unendlichen Leitfähigkeit des Plasmas wird das Feld, soweit es sich anfangs im Plasma befindet, mit diesem zusammen komprimiert, während sich das zwischen Plasma und Rückleiter befindliche Feld bei der Kompression

verkleinert, sozusagen in das vom Plasma geräumte Volumen hinein expandiert, weil während der schnellen Pinch-Vorgänge kein Fluß den gut leitenden Kupferrückleiter durchdringen kann.

Diese Vorstellung führt auf zwei miteinander verkoppelte Differentialgleichungen für den Plasmaradius r_p und den Entladungsstrom I . Sie geht auf LEONTOVICH und OSOVETS¹ zurück, die jedoch den Einfluß stabilisierender Felder und die Rückwirkung der Kompression des Plasmas auf den Verlauf des Stromes I nicht betrachteten. Der Strom wurde als linear mit der Zeit ansteigend angenommen, was nur für den Beginn der Entladung als brauchbare Näherung gelten kann. BEZBATCHENKO und Mitarbeiter² haben ähnliche Berechnungen unter Einbeziehung des Stabilisierungsfeldes durchgeführt, dabei aber angenommen, daß der Strom sinusförmig verläuft. Auch dies ist — wie Abb. 2 zeigt — keine sehr gute Näherung.

Es seien folgende Bezeichnungen eingeführt:

- M = Masse des Plasmas pro Längeneinheit des Entladungsgefäßes,
- l = Länge des Entladungsgefäßes,
- r_0 = Anfangsradius des Plasmas = Innenradius des Entladungsgefäßes,
- r_p = Plasmaradius,
- R = Radius des koaxialen Kupferrückleiters,
- p_0 = Anfangsdruck des Plasmas,
- p = Druck des Plasmas,
- c_p/c_v = Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen (es soll hier $c_p/c_v = 2$ angenommen werden),
- B_{z0} = anfängliches longitudinales Stabilisierungsfeld,

¹ M. A. LEONTOVICH u. S. M. OSOVETS, J. Nucl. Energy 4, 209 [1957].

² A. L. BEZBATCHENKO, I. N. GOLOVIN, D. P. IVANOV, V. D. KIRILOV u. N. A. YAVLINSKY, J. Nucl. Energy 5, 71 [1957].



- B_{zi} = Stabilisierungsfeld während der Kompression innerhalb des Plasmas,
 B_{za} = Stabilisierungsfeld während der Kompression außerhalb des Plasmas,
 B_φ = azimutale magnetische Feldstärke an der Plasmaoberfläche,
 I = Entladungsstrom,
 C_K = Kapazität der Kondensatorbatterie,
 L_a = konstanter Anteil der Induktivität des Gesamtkreises,
 L_i = während der Kompression veränderlicher Teil der Induktivität,
 L_0 = Induktivität von Batterie, Funkenstrecken und Zuleitungen.

Alle Größen und Gleichungen beziehen sich auf das elektromagnetische absolute Maßsystem, sofern nicht anderes ausdrücklich gesagt ist.

Mit einem noch zu erläuternden Faktor α gelten dann folgende Gleichungen:

$$\alpha M \frac{d^2 r_p}{dt^2} = 2 \pi r_p \left(p + \frac{B_{zi}^2}{8 \pi} - \frac{B_\varphi^2}{8 \pi} - \frac{B_{za}^2}{8 \pi} \right), \quad (1)$$

$$\frac{1}{C_K} I + \frac{d^2}{dt^2} [(L_a + L_i) I] = 0. \quad (2)$$

(1) ist die Bewegungsgleichung des Systems. Die Summe aller Drucke ist mit dem Umfang multipliziert. Entsprechend enthält der Trägheitsterm die zeitliche Ableitung des gesamten Impulses pro Längeneinheit des Entladungsgefäßes. Im Faktor α wird die Tatsache berücksichtigt, daß nicht das gesamte Plasma sich mit der Geschwindigkeit dr_p/dt der Oberfläche bewegt. Zur Mitte hin fällt die Geschwindigkeit ab, und zwar linear bei homogener Kompression. Es ist dann $\alpha = \frac{2}{3}$ zu setzen. (2) ist die Gleichung für einen Schwingkreis, wobei jedoch die Induktivität nicht konstant ist und deshalb nicht vor den Differentialoperator gesetzt werden kann. Es ist

$$L_a = 2 l \ln R/r_0 + L_0, \quad (3)$$

$$L_i = 2 l \ln r_0/r_p. \quad (4)$$

L_i ist von r_p abhängig und vermittelt die Kopplung zwischen den beiden Gln. (1) und (2). Aus (1) hat man noch p , B_{zi} , B_{za} und B_φ mittels folgender Beziehungen zu eliminieren:

$$p = p_0 (r_0/r_p)^{2 c_p/c_v} = p_0 (r_0/r_p)^4, \quad (5)$$

$$B_{zi} = B_{z0} (r_0/r_p)^2, \quad B_{za} = B_{z0} \frac{R^2 - r_0^2}{R^2 - r_p^2}, \quad (6, 7)$$

$$B_\varphi = 2 I / r_p. \quad (8)$$

Die Anfangsbedingungen sind für $t=0$ die folgenden:

$$\begin{aligned} r_p &= r_0, & dr_p/dt &= 0, \\ I &= 0, & dI/dt &= U_0/L_a. \end{aligned} \quad (9)$$

Dabei ist U_0 die Aufladespannung der Kondensatorbatterie. In den Gln. (9) steckt eine Vernachlässigung. Nach der Zündung der Entladung steigt zunächst der Strom sinusförmig an, weil die Kompression nicht sofort beginnt und die Induktivität noch konstant bleibt. Erst wenn der magnetische Druck $B_\varphi^2/8\pi$ den Gasdruck p_0 überwiegt, beginnt die Kompression. Bei genügend schnellem Anstieg des Stromes ist dies aber nach einer vernachlässigbar kurzen Zeit bereits der Fall.

Für die hier verwendete Anordnung ($r_0 = 9$ cm, $R = 12$ cm, $U_0 = 35$ kV $= 3,5 \cdot 10^{12}$ emE, $L_a = 30$ cm, $l = 50$ cm, $C = 140 \mu\text{F} = 1,4 \cdot 10^{-13}$ emE) wurden die Dgln. (1) und (2) für verschiedene Werte von p_0 (10^{-1} und 10^{-2} Torr) und B_{z0} (600, 1000 und 6000 Gauß) integriert. Die Ergebnisse sind in der Abb. 1 wiedergegeben.

Dabei wurden die Gleichungen jedoch unter Einführung von dimensionslosen Variablen in etwas anderer Form geschrieben. Mit

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{\gamma} t, & \gamma &= \sqrt[4]{\alpha M} \sqrt{\frac{r_0}{(U_0/L_a)}}, \\ x &= r_p/r_0, & y &= \frac{1}{\beta} I, \quad \beta = \gamma \frac{U_0}{L_a} \end{aligned} \quad (10)$$

ergeben sich die Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{d\tau^2} &= \frac{A}{x^3} - \frac{y^2}{x} - B x \left(\frac{c^2 - 1}{c^2 - x^2} \right)^2, \\ D y + \frac{d^2}{d\tau^2} [(1 - E \ln x) y] &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

und als Anfangsbedingungen für $\tau=0$ erhält man

$$\begin{aligned} x &= 1, & dx/d\tau &= 0, \\ y &= 0, & dy/d\tau &= 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Die Konstanten A bis E sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(p_0 + B_{z0}^2/8\pi) 2 \pi r_0}{\sqrt{\alpha M} \cdot U_0/L_a}, & B &= \frac{B_{z0}^2 r_0}{4 \sqrt{\alpha M} \cdot U_0/L_a}, \\ C &= R/r_0, & D &= \frac{\sqrt{\alpha M} \cdot r_0}{C_K U_0}, & E &= 2 l/L_a. \end{aligned} \quad (13)$$

Damit hat man so etwas wie Ähnlichkeitsgesetze für den Entladungsablauf. Zwei Entladungen können durch passende Wahl der Maßstäbe für Zeit, Radius und Strom entsprechend (10) aufeinander zurückgeführt werden, wenn sie in den Konstanten A bis E übereinstimmen. In Abb. 1 sind deshalb zwei Maßstäbe für die Zeit eingetragen, die sich um einen Faktor γ voneinander unterscheiden. Vergleicht man

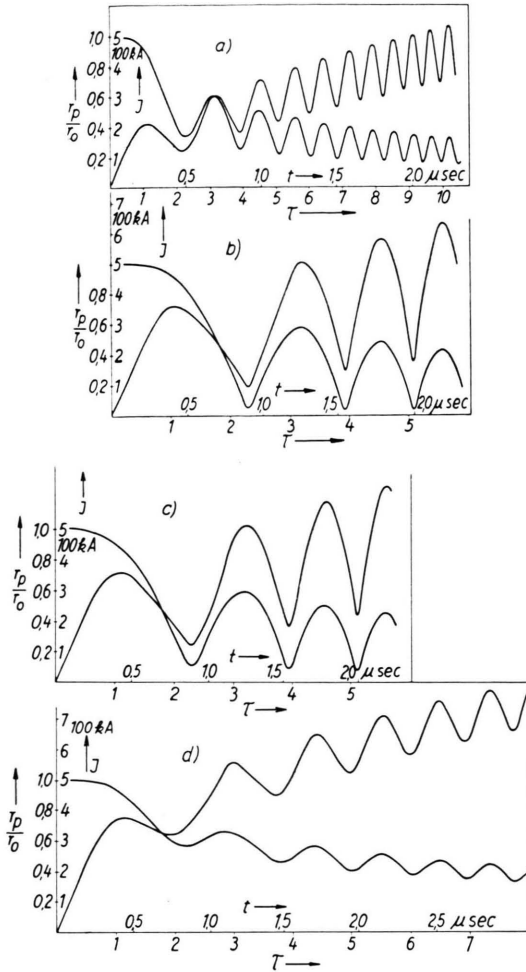


Abb. 1. Theoretischer Verlauf von Strom I und Plasmaradius r_p für

- a) $B_{z0}=6000$ Gauß und $p_0=10^{-2}$ Torr,
- b) $B_{z0}=600$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr,
- c) $B_{z0}=1000$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr,
- d) $B_{z0}=6000$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr.

die verschiedenen Kurven miteinander, so fällt insbesondere auf, daß die Zeitpunkte der verschiedenen Kompressionen des Plasmas in bezug auf die dimensionslose Zeit τ unabhängig vom Anfangsdruck p_0 bzw. von der „linearen Dichte“ M stets dieselben sind. Dies wurde von LEONTOVICH und OSOVERTS¹ für die erste Kompression bereits gefunden und läßt sich auf Grund der vorliegenden Rechnungen auf die weiteren Kompressionen verallgemeinern. Es bedeutet, daß der Zeitmaßstab durch γ gegeben ist, d. h., daß mit zunehmendem Druck die Kompressionen entsprechend einem Faktor $\sqrt[4]{p_0} \sim \sqrt[4]{M}$ später erfolgen.

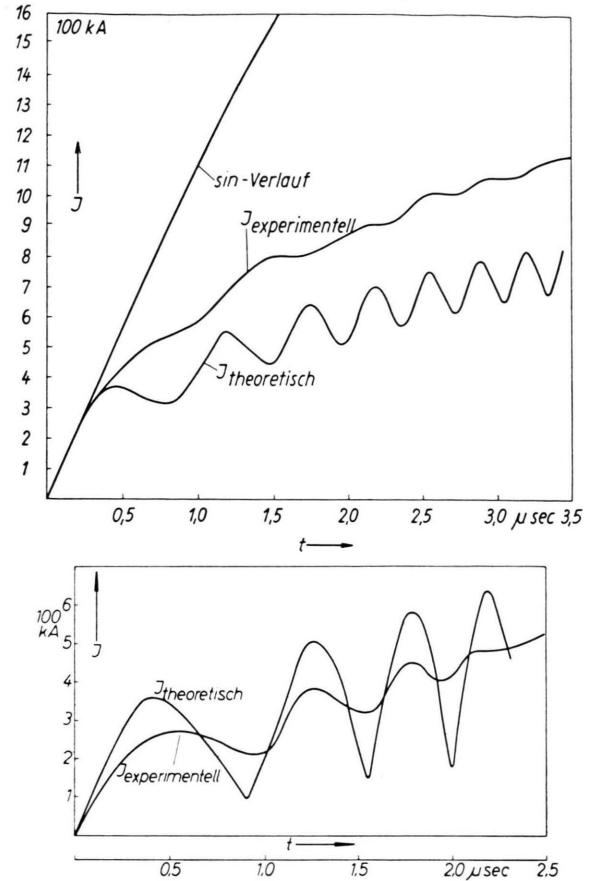


Abb. 2. Vergleich von theoretischen und experimentellen Stromkurven. a) Theoretische Stromkurve ($B_{z0}=6000$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr) verglichen mit experimenteller Stromkurve ($B_{z0}=6500$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr) und mit der Sinuskurve (d. h. mit dem Stromverlauf ohne Pinch-Effekt).

- b) Theoretische und experimentelle Stromkurve bei $B_{z0}=600$ Gauß und $p_0=10^{-1}$ Torr.

Ferner zeigt sich, daß die Zeitpunkte der Plasma-kontraktionen unabhängig vom stabilisierenden Longitudinalfeld sind. Der zeitliche Abstand der aufeinanderfolgenden Kontraktionen innerhalb einer Entladung wird immer geringer, was sich so erklärt, daß infolge des zunehmenden Stromes das treibende Magnetfeld größer wird, während die bewegte Masse dieselbe bleibt.

2. Vergleich mit dem Experiment

Abb. 2 zeigt den Vergleich zweier gemessener und gerechneter Stromkurven bei Stabilisierungsfeldern von 600 Gauß (Abb. 2 a) und 6000 Gauß (Abb. 2 b). Die von den Kompressionen herrührenden Amplituden sind bei den experimentellen Strom-

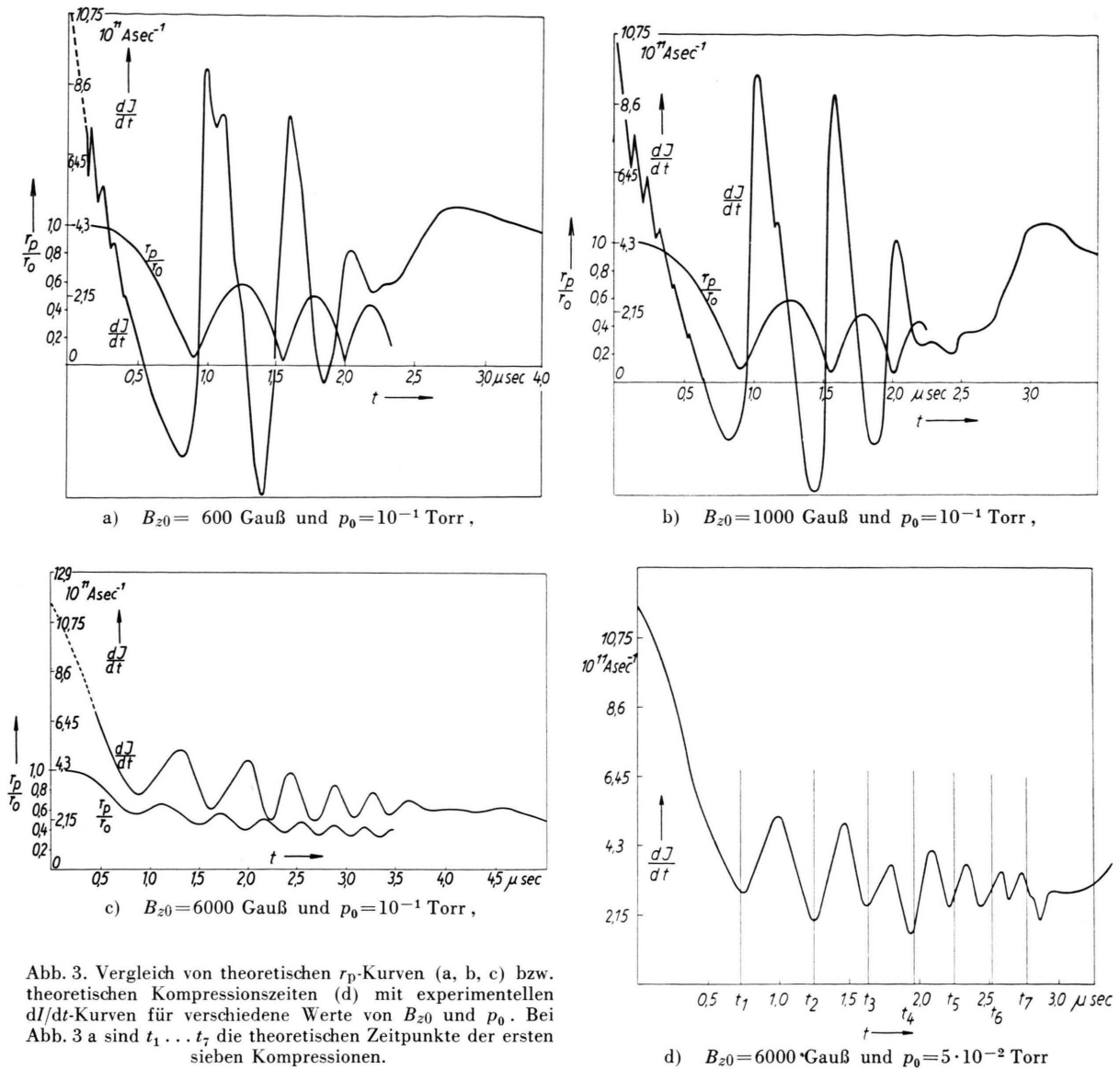


Abb. 3. Vergleich von theoretischen r_p -Kurven (a, b, c) bzw. theoretischen Kompressionszeiten (d) mit experimentellen dI/dt -Kurven für verschiedene Werte von B_{z0} und p_0 . Bei Abb. 3 a sind $t_1 \dots t_7$ die theoretischen Zeitpunkte der ersten sieben Kompressionen.

kurven wesentlich geringer als bei den theoretischen und klingen außerdem rasch ab. Dies liegt daran, daß in dem betrachteten Modell keine dissipativen Effekte, wie z. B. Ohmsche Verluste und Reibungsverluste im Plasma, berücksichtigt sind. Dagegen gibt das Modell die Zeitpunkte der Kompressionen recht gut wieder. Dies ist an den zeitlichen Ableitungen des Stromes deutlicher als am Strom selbst zu erkennen. Abb. 3 gibt deshalb den Vergleich von experimentellen dI/dt -Kurven mit theoretischen r_p -Kurven für verschiedene B_{z0} -Felder bei 10^{-1} Torr

Anfangsdruck (Abb. 3 a, b und c) und den Vergleich einer dI/dt -Kurve mit theoretischen Kompressionszeiten bei $5 \cdot 10^{-2}$ Torr (Abb. 3 d). Das Verhältnis der Kontraktionszeiten für 10^{-1} Torr und $5 \cdot 10^{-2}$ Torr entspricht dabei dem theoretischen Wert $\sqrt[4]{2}$.

Mit abnehmendem Druck wird die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment schlechter. Man muß annehmen, daß sich dabei Prozesse abspielen, die in wesentlichen Punkten von dem angenommenen Modell abweichen. Dies hängt wahr-

scheinlich damit zusammen, daß bei Drücken unterhalb von etwa 10^{-2} Torr die freie Weglänge in die Größenordnung der Gefäßdimension kommt.

Die Übereinstimmung zwischen theoretischen und experimentellen Kurven endet mit dem Auftreten von Instabilitäten. Der zeitliche Beginn der Instabilitäten wird mit zunehmendem Longitudinalfeld hinausgeschoben. Die Zahl der beobachtbaren Kompressionen nimmt von 3 bei $B_{z0}=0$ Gauß auf 8 bei $B_{z0}=6,5$ kGauß zu.

Es muß noch erwähnt werden, daß der Entladungsablauf nicht in allen Fällen reproduzierbar war. Es wurden nur solche Entladungen ausgewählt, bei denen der anfängliche Stromanstieg den maximalen den Batteriedaten entsprechenden Wert hatte. Fälle mit geringerem anfänglichen Stromanstieg können z. B. auftreten, wenn ein Teil der Batterie nachzündet. Außerdem treten Fälle auf, bei denen sich einer normalen Kompression anscheinend eine zweite Kompression überlagert. Dies äußert sich in einer Einsattelung der dI/dt -Kurve (Abb. 4 a) gegenüber dem normalen glatten Verlauf (Abb. 4 b).

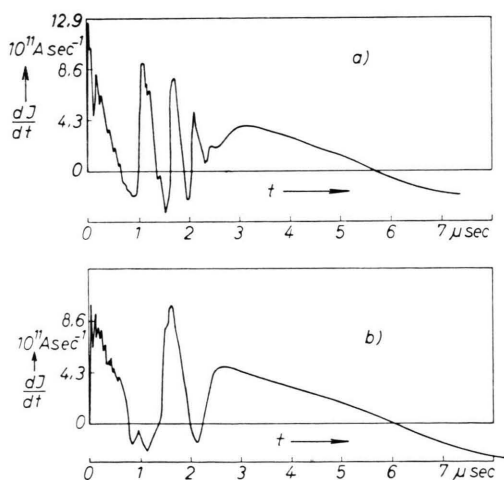


Abb. 4. dI/dt -Kurven, a) bei normalem Verlauf der Entladung, b) abweichend vom normalen Verlauf.

Aus Mikrowellenmessungen ist bekannt, daß außerhalb des kontrahierenden Plasmazylinders ein Plasma guter Leitfähigkeit mit Teilchendichten über 10^{13} cm^{-3} zurückbleibt³. In diesem Plasma kann es zu einem zweiten Durchschlag kommen, was durch den wechselnden Grad von Verunreinigungen be-

einflußt werden kann. Auch Trommelkameraaufnahmen zeigen solche Erscheinungen⁴. Diese Annahme wird auch dadurch gestützt, daß die Spannung zum Zeitpunkt der Einsattelung ihren maximalen Wert erreicht.

3. Auftreten von Röntgen-Strahlung

In früheren Arbeiten^{5,6} wurde gefunden, daß beim stabilisierten linearen Pinch-Effekt unter gewissen Bedingungen RÖNTGEN-Strahlung bis zu mehreren 100 keV auftritt. Abb. 5 zeigt die zeitliche Zu-

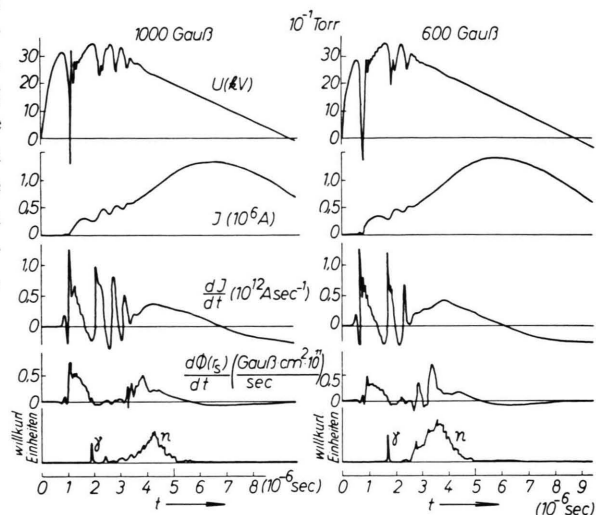


Abb. 5. Gesamter Ablauf der Entladung bei $p_0=10^{-1}$ Torr für $B_{z0}=600$ Gauß bzw. $B_{z0}=1000$ Gauß. U =Spannung am Entladungsgefäß; I =Entladestrom; dI/dt =dessen zeitliche Ableitung; $d\Phi(r_s)/dt$ =zeitliche Ableitung des magnetischen Flusses durch eine um das Entladungsgefäß gelegte Schleife vom Radius r_s ; n =Neutronenstrahlung und γ =Röntgen-Strahlung.

ordnung des RÖNTGEN-Impulses zum Ablauf der Entladung. Man erkennt, daß er unmittelbar vor der ersten Kompression auftritt. Seine Dauer beträgt etwa 10^{-7} sec, wobei zu bemerken ist, daß infolge der Absorption in der Wand des Entladungsgefäßes, im Rückleiter, in der Stabilisierungsspule und in den Abschirmungen nur Strahlung einer Härte über etwa 100 keV beobachtet wird.

Nicht bei jeder Entladung tritt ein RÖNTGEN-Impuls meßbarer Intensität auf. Die Häufigkeit seines Auftretens hängt vom Anfangsdruck und von der Größe

³ HANS HERMANNSDÖRFER, Diplomarbeit, TH München 1960.

⁴ MANFRED ZENGER, Diplomarbeit, TH München 1959.

⁵ E. FÜNFER, H. HEROLD, G. LEHNER, H. TUCZEK U. C. ANDELFINGER, Z. Naturforsch. **14a**, 329 [1959].

⁶ STEFAN HABIJANEC, Diplomarbeit, München 1960.

des longitudinalen Magnetfeldes ab. Wie Abb. 6 zeigt, gibt es bei konstantem Druck und veränderlichem Magnetfeld ein Maximum der Häufigkeit des RÖNTGEN-Impulses. Dieses Maximum verschiebt sich mit zunehmendem Druck zu höheren longitudinalen Magnetfeldern. So liegt es bei $5 \cdot 10^{-2}$ Torr bei etwa 500 Gauß und bei 10^{-1} Torr bei etwa 1000 Gauß. Wesentlich ist dabei, daß ohne Stabilisierungsfeld ($B_{z0} = 0$) nie ein solcher RÖNTGEN-Impuls beobachtet wird.

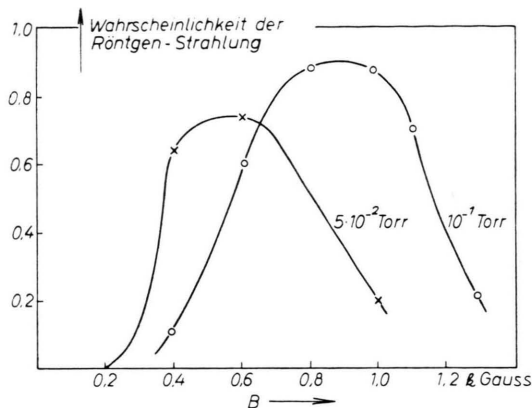


Abb. 6. Wahrscheinlichkeit des Auftretens von RÖNTGEN-Strahlung in Abhängigkeit vom Stabilisierungsfeld B_{z0} für $p_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ Torr und $p_0 = 10^{-1}$ Torr.

Die mittlere Energie der RÖNTGEN-Strahlung wird durch Absorptionsmessungen bestimmt. Da die Impulsgröße von Entladung zu Entladung sehr stark schwankt, werden zwei gleiche Szintillationszähler benutzt. Ein Zähler mißt die ungeschwächte Intensität S_0 , der andere die durch verschieden dicke Bleifilter geschwächte Strahlung S . Es zeigt sich, daß auch die Härte der Strahlung vom Druck und von der Größe des longitudinalen Magnetfeldes abhängt. Der Vergleich der gemessenen Schwächung S/S_0 mit der Schwächung für monochromatische Strahlung ergibt eine Energie von etwa 350 keV bei $5 \cdot 10^{-2}$ Torr Anfangsdruck und etwa 200 keV bei 10^{-1} Torr. Die Abhängigkeit vom Magnetfeld ist gering, und zwar nimmt mit zunehmendem Feld die Härte etwas ab.

Bei Drücken von 10^{-2} Torr wird keine RÖNTGEN-Strahlung mehr beobachtet. Dies stimmt mit der

schon erwähnten Tatsache überein, daß sich der Entladungscharakter in diesem Druckbereich wesentlich ändert.

4. Entstehungsmechanismus der Röntgen-Strahlung

Zur Erzeugung von Strahlung der beobachteten Härte müssen Elektronen auf entsprechende Energien von einigen 100 keV beschleunigt werden. Aus Abb. 5 ist aber zu entnehmen, daß zur Zeit des RÖNTGEN-Impulses am Entladungsrohr eine Spannung von nur 35 kV liegt. In welchen Feldern also können Elektronen auf hohe Energien beschleunigt werden? Zur Beantwortung dieser Frage sind zwei experimentelle Grundtatsachen von Bedeutung, nämlich daß ohne angelegtes Stabilisierungsfeld nie ein RÖNTGEN-Impuls beobachtet wird und daß er im Zusammenhang mit der Kompression des Plasmas steht. Während dieser Kompression wird das Stabilisierungsfeld komprimiert (B_{zi}) bzw. expandiert (B_{za}) entsprechend den beiden Gln. (6) und (7). So kommt es zu Änderungen des magnetischen Flusses und zur Erzeugung von azimuthalen elektrischen Feldern. Wenn diese genügend groß sind, wenn nämlich die vom Feld bewirkte Beschleunigung der Elektronen die Abbremsung durch Stöße mit dem umgebenden Plasma überwiegt, können sie zur Erzeugung von Run-away-Elektronen Anlaß geben⁷⁻⁹. Wie sich noch zeigen wird, liegen die auftretenden Ringspannungen in der Größenordnung von einigen 100 V bis zu einigen kV, so daß ein Teilchen etwa 100 bis 1000 Umläufe machen muß, um auf die beobachtete Energie zu kommen. Es taucht die Frage auf, ob dies überhaupt möglich ist. Bei einem anfänglichen Stabilisierungsfeld von z. B. 600 Gauß wird dieses im Plasma auf etwa 50 000 Gauß komprimiert, während es außerhalb des Plasmas auf etwa 250 Gauß abfällt. Ein Elektron von 100 keV Energie hat dann im Plasma einen LARMOR-Radius von 0,2 cm und außen von 5 cm. Bei einem Rohrradius von 9 cm erscheint es unwahrscheinlich, daß ein Teilchen mit 5 cm LARMOR-Radius 100 bis 1000 Umläufe macht, ohne an die Gefäßwand zu laufen. Im Plasmainneren hat man ein mit der Zeit auf das rund hundertfache seines Anfangswertes ansteigendes homogenes Feld. Wegen der adiabatischen Invarianz des magnetischen Moments kann ein hier umlaufendes Teilchen nur das hundertfache seiner Anfangsenergie gewinnen. Es ist aber nicht gut denk-

⁷ H. DREICER, Proc. 3rd Int. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Venedig 1957, S. 249.

⁸ H. DREICER, Proc. 2nd UN Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Genf 1958, Vol. 31, S. 57.

⁹ H. DREICER, Phys. Rev. 115, 238 [1959].

bar, daß anfänglich Elektronen von mehreren keV Energie vorhanden sind. Man kommt so zu der Vorstellung, daß die Elektronen nahe der Oberfläche des komprimierenden Plasmas beschleunigt werden. In diesem Gebiet sinkt wegen der Felddiffusion das B_z -Feld kontinuierlich von 50 000 Gauß auf 250 Gauß ab, so daß sich stets ein passender LARMOR-Radius einstellen kann. Dabei darf aber das Elektron – wie sich noch zeigen wird – nicht in Gebiete zu hoher longitudinaler Feldstärken gelangen. Insgesamt handelt es sich also um einen Betatron-ähnlichen Mechanismus.

Darüber hinaus darf keine zu schnelle longitudinale Bewegung vorhanden sein, die die Elektronen vor Vollendung der nötigen Umläufe an die Elektroden treibt. Damit ist die experimentelle Tatsache im Einklang, daß der ganze Effekt kritisch von der Homogenität des angelegten Stabilisierungsfeldes abhängt. Nimmt dieses nach den Spulenenden hin stark ab, so verschwinden die RÖNTGEN-Impulse. Man kann dies so erklären, daß eine Spiegelwirkung auftritt. Die Teilchen erfahren eine Kraft in Richtung abnehmenden Feldes und laufen nach außen. Die Beschleunigung der Elektronen durch das longitudinale elektrische Feld wird durch das azimuthale Magnetfeld behindert. Es kommt dabei auf das Verhältnis der azimuthalen zur longitudinalen magnetischen Feldstärke an. Auf diesen Punkt werden wir noch zurückkommen. Es seien nun die auftretenden azimuthalen elektrischen Feldstärken diskutiert. Man kann sie einerseits in dem hier betrachteten vereinfachten Modell theoretisch und andererseits über die in einer früheren Arbeit¹⁰ diskutierten Messungen der in einer um das Entladungsgefäß gelegten Schleife induzierten Spannung errechnen.

Betrachtet man einen Kreis vom Radius r ($r_p \leq r \leq R$), so ist der Fluß des longitudinalen Feldes durch diesen wegen (6) und (7)

$$\begin{aligned}\Phi(r) &= \pi r_p^2 B_{z1} + \pi (r^2 - r_p^2) B_{z2} \\ &= \pi B_{z0} \left[r_0^2 + \frac{(R^2 - r_0^2)(r^2 - r_p^2)}{(R^2 - r_p^2)} \right].\end{aligned}\quad (14)$$

Daraus ergibt sich die induzierte Ringspannung zu

$$\begin{aligned}U(r) &= - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi}{dr_p} \frac{dr_p}{dt} \\ &= 2\pi B_{z0} \frac{(R^2 - r_0^2)(R^2 - r^2)}{(R^2 - r_p^2)^2} r_p \frac{dr_p}{dt}\end{aligned}\quad (15)$$

bzw. die azimuthale Feldstärke

$$E_\varphi(r) = \frac{U(r)}{2\pi r} = B_{z0} \frac{(R^2 - r_0^2)(R^2 - r^2)}{(R^2 - r_p^2)^2} \frac{r_p}{r} \frac{dr_p}{dt}. \quad (16)$$

Beide nehmen mit kleiner werdendem r zu und erreichen ihren größten Wert für $r \rightarrow r_p$. Es ist

$$E_\varphi(r_p) = B_{z0} \frac{R^2 - r_0^2}{R^2 - r_p^2} \frac{dr_p}{dt}. \quad (17)$$

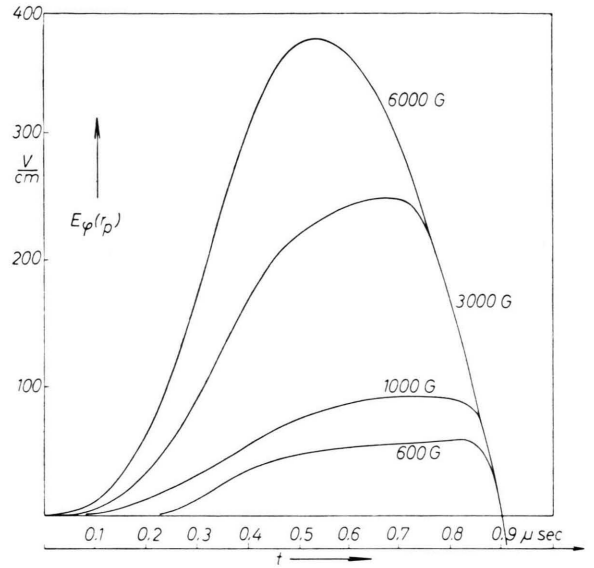


Abb. 7. Zeitlicher Verlauf der theoretischen azimuthalen Feldstärke am Plasmarand $E_\varphi(r_p)$ bis zur ersten Kompression des Plasmas für Stabilisierungsfelder (B_{z0}) von 600, 1000, 3000 und 6000 Gauß.

In Abb. 7 ist der zeitliche Verlauf von $E_\varphi(r_p)$ für verschiedene Stabilisierungsfelder aufgetragen. Die Berechnung erfolgte nach (17) unter Zugrundelegung der theoretischen Ergebnisse des ersten Abschnittes.

Gl. (15) gilt auch für den Radius r_s der um das Gefäß gelegten Meßschleife. Die in ihr induzierte Ringspannung

$$U(r_s) = 2\pi B_{z0} \frac{(R^2 - r_0^2)(R^2 - r_s^2)}{(R^2 - r_p^2)^2} r_p \frac{dr_p}{dt} \quad (18)$$

wird direkt gemessen und kann auf andere Radien umgerechnet werden. Nach (15) und (18) ist ja

$$\frac{U(r)}{U(r_s)} = \frac{(R^2 - r^2)}{(R^2 - r_s^2)} = \frac{2\pi r E_\varphi(r)}{U(r_s)} \quad (19)$$

bzw.

$$E_\varphi(r_p) = U(r_s) \frac{(R^2 - r_p^2)}{(R^2 - r_s^2)} \frac{1}{2\pi r_p}. \quad (20)$$

Mit Hilfe von (14) kann man für $r = r_s$ nach Integration der Spannung in der Meßschleife den Ver-

¹⁰ H. HEROLD, E. FÜNFER, G. LEHNER, H. TUCZEK u. C. ANDELFINGER, Z. Naturforschg. **14a**, 323 [1959].

lauf von r_p und schließlich aus (20) wieder unter Verwendung dieser Spannung $E_\varphi(r_p)$ errechnen. Die so gewonnenen Werte sind in Abb. 8 aufgetragen. Vergleicht man die Abb. 7 und 8 miteinander, so ergibt sich ein bemerkenswerter Unterschied am Anfang der Kurven. Die Gestalt der experimentellen Kurven aus Abb. 8 legt es dabei nahe, eine Überlagerung von zwei Effekten anzunehmen. Einerseits handelt es sich um die mit der Kompression in der eben beschriebenen Weise verknüpften Vorgänge, andererseits mit großer Wahrscheinlichkeit um den „paramagnetischen Effekt“ im Sinne von BEZBAT-

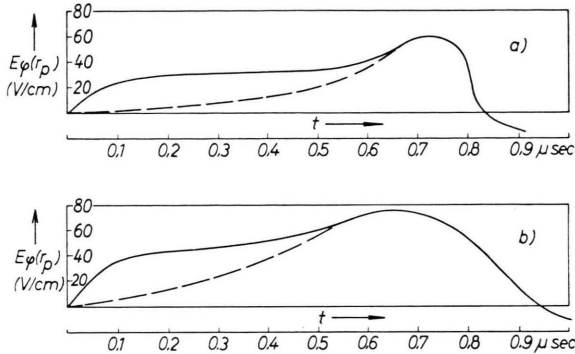


Abb. 8. Zeitlicher Verlauf der experimentellen azimuthalen Feldstärken am Plasmarand $E_\varphi(r_p)$ bis zur ersten Kompression des Plasmas für Stabilisierungsfelder (B_{z0}) von 600 Gauß (a) und 1000 Gauß (b).

CHENKO² und BICKERTON^{11, 12}. Schreibt man den ersten Anstieg dem paramagnetischen Effekt zu und zieht man diesen in der durch eine unterbrochene Linie in Abb. 8 angedeuteten Weise ab, so stimmen die übrigbleibenden Kurven recht gut mit den theoretischen Kurven der Abb. 7 überein. Man hat also mit maximalen Feldstärken von etwas unter 100 V pro cm zu rechnen bei Stabilisierungsfeldern, für die RÖNTGEN-Impulse beobachtet werden.

Diese Feldstärken sind mit den für die Erzeugung von Run-away-Elektronen nötigen Feldstärken zu vergleichen. Nach DREICER⁷⁻⁹ gilt für die Bewegung eines Elektrons der Geschwindigkeit v in einem Plasma der Elektronendichte n und der Elektronentemperatur T

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = e(E - E_c(n, T) \psi(v, T)) \quad (21)$$

E ist das vorhandene elektrische Feld und E_c die „kritische Feldstärke“, die in Abhängigkeit von n

und mit T als Parameter (ausgedrückt durch die mittlere kinetische Energie $\frac{3}{2} kT$ in eV) in Abb. 9 nach DREICER gegeben ist. ψ ist die sogenannte dynamische Reibung. Ihr Verlauf ist aus Abb. 10 ebenfalls nach DREICER zu entnehmen. ψ erreicht einen maximalen Wert von 0,4. Nach (21) entstehen dann Run-away-Elektronen, wenn $E > 0,4 E_c$ ist.

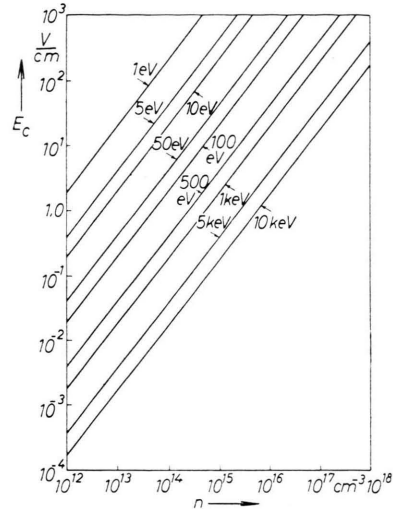


Abb. 9. Abhängigkeit der kritischen Feldstärke E_c von n und T nach DREICER (T ausgedrückt durch die mittlere kinetische Energie $\frac{3}{2} kT$ in eV).

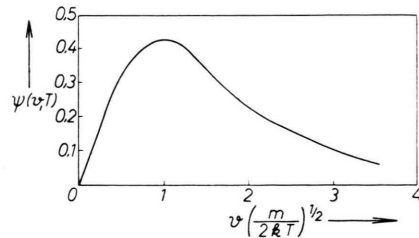


Abb. 10. Dynamische Reibung ψ als Funktion von $v(m/2kT)^{1/2}$ nach DREICER.

Bei den vorliegenden Experimenten wurde mit einem Anfangsdruck von $5 \cdot 10^{-2}$ bis 10^{-1} Torr gearbeitet, was Teilchendichten von einigen 10^{15} cm^{-3} entspricht. Nimmt man an, daß man in dem für die Entstehung der Run-away-Elektronen in Frage kommenden Bereich nahe der Plasmaoberfläche dieselbe Teilchendichte und Temperaturen von einigen $10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ hat, so liegt nach Abb. 9 E_c zwischen 10 und 100 V pro cm, also in der Gegend der tatsächlich beobachteten Felder, die demnach genügend stark sind.

Abb. 11 zeigt den Verlauf der Beschleunigung eines Elektrons unter der Annahme, daß die Plasmatemperatur linear mit der Zeit zunimmt. Zur Zeit t_R

¹¹ R. J. BICKERTON, Proc. 3rd Int. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Venedig 1957, S. 101.

¹² R. J. BICKERTON, Proc. Phys. Soc., Lond. B 71, 618 [1958].

wird die abfallende Feldstärke $0,4 E_c$ kleiner als $E_\varphi(r_p)$ und es beginnt die Beschleunigung des Elektrons entsprechend Gl. (21), wobei dessen Energie anfangs langsam und später schneller anwächst um zur Zeit der ersten Kompression im Einklang mit dem Experiment einige 100 keV zu betragen.

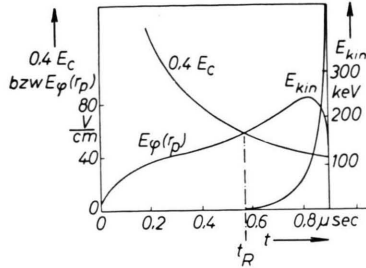


Abb. 11. Beschleunigung eines Elektrons unter der Annahme, daß die Temperatur des Plasmas linear mit der Zeit zunimmt, bzw. die kritische Feldstärke entsprechend abnimmt. Zur Zeit $t = t_R$ wird $0,4 E_c = E_\varphi(r_p)$ und die Beschleunigung des Teilchens beginnt. Zur Zeit der ersten Kompression erreicht das Elektron eine kinetische Energie E_{kin} von einigen 100 keV.

Der hier betrachtete Mechanismus erklärt die anfängliche Zunahme der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von RÖNTGEN-Strahlung mit zunehmendem Stabilisierungsfeld. Er liefert aber zunächst keine Erklärung dafür, daß nach Überschreiten eines Maximums diese Wahrscheinlichkeit bei noch höheren Stabilisierungsfeldern wieder abnimmt, obwohl die induzierten elektrischen Feldstärken weiterhin zunehmen. Wenn man annimmt, daß die Elektronen bei ihrer Bewegung im wesentlichen den Kraftlinien

des aus B_{za} und B_φ resultierenden spiralförmigen Feldes folgen, ergibt sich jedoch, daß bei zu hohen Stabilisierungsfeldern die Zahl der möglichen Umläufe stärker abnimmt, als die Ringspannung zunimmt. Die Energie, die die Teilchen erreichen können, nimmt also in diesem Gebiet ab. Dies geht aus der folgenden Tabelle von theoretischen Daten hervor, die sich alle auf den Zeitpunkt beziehen, für den die induzierte elektrische Feldstärke entsprechend Abb. 7 ihr Maximum hat. Dabei sind die dort gegebenen Zahlen nur in bezug auf die Größenordnung zu betrachten. Die experimentellen RÖNTGEN-Energien liegen um einen Faktor 2 über denen der Tabelle. Diese soll im wesentlichen die Tendenz zeigen.

Abschließend kann man also sagen, daß beim stabilisierten linearen Pinch-Effekt die induzierten azimuthalen elektrischen Felder zur Beschleunigung von Run-away-Elektronen und diese beim Auftreffen auf Wände oder Elektroden zur Aussendung von RÖNTGEN-Strahlung führen. Die Feldstärken bzw. Ringspannungen U nehmen mit dem Stabilisierungsfeld monoton zu. Die Zahl m der möglichen Umläufe dagegen nimmt monoton ab. Insgesamt zeigt das Produkt $m U$ (das ist die Härte der Strahlung) sowohl theoretisch als auch experimentell je nach dem Anfangsdruck ein Maximum bei Stabilisierungsfeldern von etwa 600 bis 1000 Gauß.

Für die Durchführung der numerischen Rechnungen auf der G 2 des Max-Planck-Instituts für Physik und Astrophysik sind wir Herrn Dr. K. HAIN und Frau G. HAIN zu Dank verpflichtet.

B_{z0}	600 G	1000 G	3000 G	6000 G
r_p	1,8 cm	3,5 cm	6 cm	7,6 cm
I	140 kA = $1,4 \cdot 10^4$ W	200 kA = $2 \cdot 10^4$ W	280 kA = $2,8 \cdot 10^4$ W	350 kA = $3,5 \cdot 10^4$ W
$B_\varphi = 2 I/r_p$	$1,55 \cdot 10^4$ G	$1,14 \cdot 10^4$ G	$9,3 \cdot 10^3$ G	$9,2 \cdot 10^3$ G
B_{za}	270 G	480 G	1700 G	4400 G
B_{za}/B_φ	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$4,2 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$4,8 \cdot 10^{-1}$
$2 \pi r_p$	11 cm	22 cm	38 cm	48 cm
longitudinaler Weg pro Umlauf $s = B_{za}/B_\varphi \cdot 2 \pi r_p$	$1,9 \cdot 10^{-1}$ cm	$9,2 \cdot 10^{-1}$ cm	6,8 cm	23 cm
Zahl der möglichen Umläufe $m = l/s = 50/s$	260	55	7	2
$E_\varphi(r_p)$	58 Vcm $^{-1}$	93 Vcm $^{-1}$	243 Vcm $^{-1}$	371 Vcm $^{-1}$
$U(r_p)$	640 V	2050 V	9250 V	17800 V
Härte $m \cdot U$	170 keV	110 keV	65 keV	35 keV

Tab. 1.